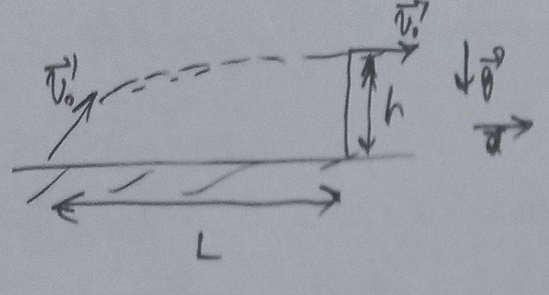
№1



ЗСЭ: $\frac{1}{2}mv_0^2 + A_{сопр} = \frac{1}{2}mv_0^2 + mgh$ $\Rightarrow$

$A_{сопр} = FL = maL$

$maL = mgh$

$a = g\frac{h}{L} \Rightarrow a = 5\ \frac{м}{с^2}$

По законам кинематики:

$v_0 = \sqrt{v_x^2 + v_y^2}$

$v_x + at = v_0$ $\quad L = v_x t + \frac{1}{2}at^2$

$v_y = gt$ $\quad h = v_y t - \frac{1}{2}gt^2$ $\Rightarrow$

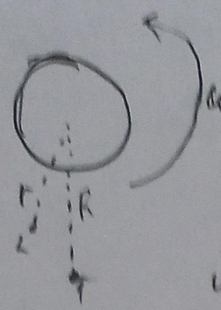
$h = gt^2 - \frac{1}{2}gt^2 = \frac{1}{2}gt^2 \Rightarrow t = \sqrt{\frac{2h}{g}} \Rightarrow v_y = \sqrt{2gh}$

$v_x = \frac{L - \frac{1}{2}at^2}{t} = \frac{L - \frac{1}{2}g\frac{h}{L}\frac{2h}{g}}{\sqrt{\frac{2h}{g}}} = \frac{L - \frac{h^2}{L}}{\sqrt{\frac{2h}{g}}}$

$v_0 = \sqrt{2gh + \frac{(L - \frac{h^2}{L})^2 g}{2h}} \Rightarrow v_0 = 12{,}5\ \frac{м}{с}$.

Ответ: $v_0 = 12{,}5\ \frac{м}{с}$; $a = 5\ \frac{м}{с^2}$.

№2



Т.к. "геостационарный" спутник всегда "висит" над базой, то его угловая скорость равна угловой скорости планеты.

По 2 з. Н.: $m_1 a_1 = F_1$ (взаимодействием спутников можем пренебречь)

$$m_1 \frac{v_1^2}{R} = G\frac{m_1 M}{R^2}$$

$$\omega_1^2 R^2 = G\frac{M}{R} \Rightarrow GM = \omega_1^2 R^3$$

Т.к. второй спутник "встречает" первый (геостационарный) всего один раз за сутки, то он за это время проходит на 2π угл больше, чем первый:

$$(\omega_2 - \omega_1)T = 2\pi \Rightarrow \omega_2 = \frac{2\pi}{T} + \omega_1$$

$\omega_1 = \frac{2\pi}{T}$ - т.к. за сутки он проходит угл 2π

$$\omega_2 = \frac{2\pi}{T} + \frac{2\pi}{T} = \frac{4\pi}{T}$$

$$m_2 a_2 = F_2 \Rightarrow m_2 \cdot \frac{v_2^2}{r} = G\frac{m_2 M}{r^2} \Rightarrow \omega_2^2 r^2 = G\frac{M}{r} \Rightarrow r = \sqrt[3]{\frac{GM}{\omega_2^2}}$$

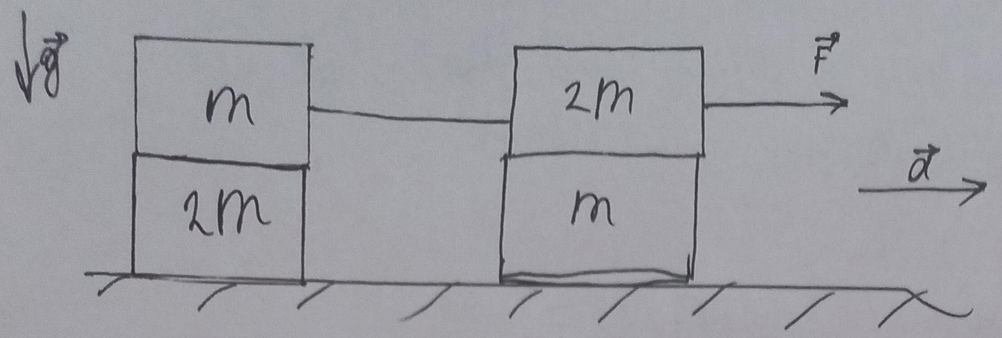
Расстояние между спутниками можно найти как разницу между радиусами их вращения:

$$\Delta H = R - r = R - \sqrt[3]{\frac{GM}{\omega_2^2}} = R - \sqrt[3]{\frac{\omega_1^2 R^3}{\omega_2^2}} = R\left(1 - \sqrt[3]{\frac{\omega_1^2}{\omega_2^2}}\right) = R\left(1 - \sqrt[3]{\frac{4\pi^2 T^2}{T^2 16\pi^2}}\right)$$

$$\Delta H = R\left(1 - \sqrt[3]{\frac{1}{4}}\right) \approx 0{,}37R$$

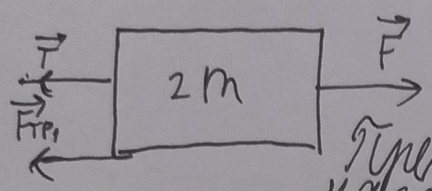
Ответ: 0,37 R.

№3



В момент начала „разгружения" кубики всё ещё будут двигаться с одинаковым ускорением, поэтому по II.З.Н:

$F = 6ma$. Рассмотрим кубик на который действует сила.



$2ma = F - F_{тр1} - T$

Предположим, что он начнёт быстрее проскальзывать, чем нить разорвётся. Тогда:

$2ma = F - 2\mu mg - T \Rightarrow 2m\frac{F}{6m} = F - 2\mu mg - T \Rightarrow \frac{2}{3}F = 2\mu mg + T$

Рассотрим остальные кубики:

$2ma = F_{тр2}$ $\quad ma = T - F_{тр2} \Rightarrow ma = T - 2ma \Rightarrow T = 3ma$

$\frac{2}{3}F = 2\mu mg + \frac{1}{2}F \Rightarrow F = 12\mu mg$ - сделаем проверку

$T = 3m\frac{12\mu mg}{6m} \Rightarrow T = 6\mu gm > T_0$ - такого не может быть по условию.

Теперь рассмотрим случай, когда нитка порвётся первее:

$2ma = F - T_0 - F_{тр1} \Rightarrow 2ma = F - T_0 - ma \Rightarrow 3ma = F - T_0$

$ma = F_{тр1}$

$3m\frac{F}{6m} = F - T_0 \Rightarrow$

$F = 2T_0$ - выполним опять проверку:

$ma = T_0 - F_{тр2}$

$2ma \leq F_{тр2}$ $\Rightarrow$ $2m\frac{F}{6m} \leq \mu mg \Rightarrow \frac{2}{3}T_0 \leq \mu mg$ - не соответсует

Значит между кубиками слева начнётся проскальзывание:

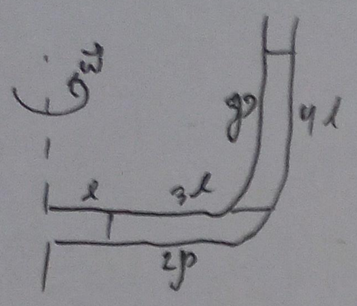
$2ma = \mu mg \Rightarrow 2\frac{F}{6m} = \mu g \Rightarrow F = 3\mu mg$ - проверяя, обнаруживаем соответсвие.

Теперь найдём время: ~~по графику кусочно-постоянное ускорение~~

Из графика можем найти, что это 14 секунда.

Ответ: через 14 секунд после начала.

№5



Запишем уравнения Менделеева-Клапейрона для начального и конечного моментов:

$$pg \cdot 4l \cdot 5l = \nu RT$$

$$(p_0 g \cdot 4l + 2pgl - \Delta P) \cdot 2lS = \nu RT$$

ΔP создаётся за счёт ускорения найдём его:

$$\Delta P = \frac{\Delta F}{S} = \frac{ma}{S} = \frac{2p \cdot 2lS \cdot \frac{1}{2}(4l+2l)\omega^2}{S}$$

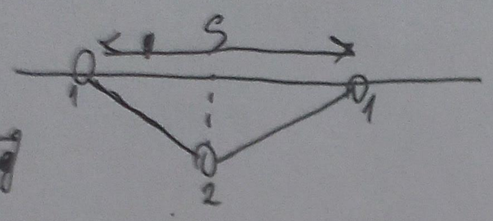
$$4pgl^2S = (6pgl - 12pl^2\omega^2) \cdot 2lS$$

$$2g = 6g - 12\omega^2 l \Rightarrow \frac{3}{6}\omega^2 l = 2g \Rightarrow$$

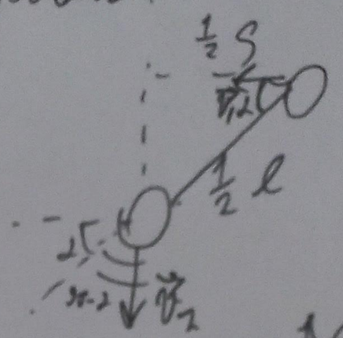
$$\omega = \sqrt{\frac{g}{3l}}$$

Ответ: $\omega = \sqrt{\frac{g}{3l}}$.

№6



Т.к. нить всегда натянута, то проекции скоростей бусинок на неё равны:



$$v_1 \cos\alpha = v_2 \sin\alpha$$

$$v_1 \frac{s}{\ell} = v_2 \sqrt{1 - \frac{s^2}{\ell^2}}$$

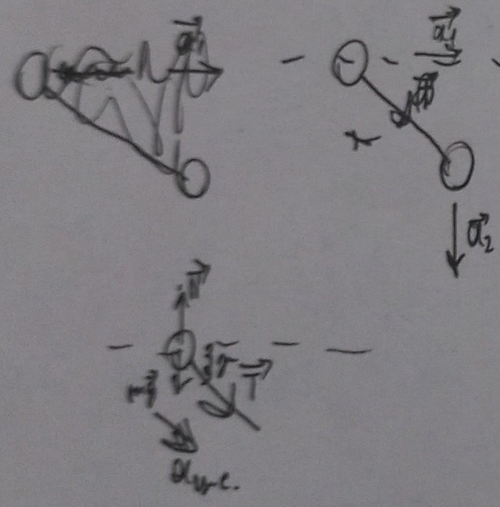
$$\cos\alpha = \frac{\frac{1}{2}s}{\frac{1}{2}\ell} = \frac{s}{\ell}$$

ЗСЭ: $mg \cdot \frac{1}{2}\sqrt{\ell^2 - s^2} = \frac{1}{2} \cdot 2m v_1^2 + \frac{1}{2} \cdot m v_2^2$

$$g\sqrt{\ell^2 - s^2} = 2v_1^2 + v_1^2 \frac{s^2}{\ell^2 (1 - \frac{s^2}{\ell^2})}$$

$$v_1 = \sqrt{\frac{g\sqrt{\ell^2 - s^2}}{2 + \frac{s^2}{\ell^2(1 - \frac{s^2}{\ell^2})}}} \approx 1{,}54 \frac{м}{с}$$

$$v_2 = v_1 \frac{s}{\ell\sqrt{1 - \frac{s^2}{\ell^2}}} \approx 2 \frac{м}{с}$$



Перейдём в систему отсчёта шлейной бусинки, тогда боковые двигутся по окружности.

Тогда по II з. Н. на ось x:

$$m a_{ц.с.} = T \cos\alpha$$

$$m \frac{(v_1^2 + v_2^2)}{\frac{1}{2}\ell} = T$$

$$T \approx 0{,}85\ Н$$

Ответ: $v_1 = 1{,}54 \frac{м}{с}$; $v_2 = 2 \frac{м}{с}$; $T = 0{,}85 Н$.

№7

$4Al + 3O_2 \rightarrow 2Al_2O_3 \Rightarrow \nu_{Al} = \frac{4}{3}\nu_{O_2} = \frac{4}{3}\cdot\frac{1}{2} = \frac{4P_0V_0}{6RT_0} \Rightarrow m_{Al} = \frac{2P_0V_0\mu_{Al}}{3RT_0} \approx 0{,}137\ кг$

Зу: $\frac{3}{2}\nu RT_0 = \frac{3}{2}\cdot\frac{1}{2}\nu_0 RT + C_{Al}m_{Al}\Delta T$

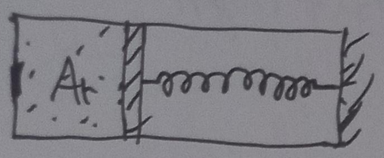
$P_0V_0 = \nu RT_0$

$\frac{3}{4}\nu_0 RT_0 = \frac{3}{4}\nu_0 R\Delta T + C_{Al}m_{Al}\Delta T$

$\Delta T = \frac{0{,}75\nu_0 R}{0{,}375\nu_0 R + C_{Al}m_{Al}} \approx 17\ К$

Ответ: 0,137кг; 17К.

№4

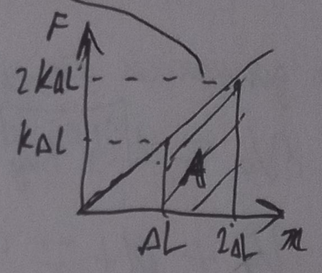


Запишем закон Менделеева-Клапейрона в начальный и конечный момент

$$P_1V_1 = \nu RT_1 \Rightarrow \frac{k\Delta L}{S} \cdot S\Delta L = \nu RT_1 \Rightarrow k\Delta L^2 = \nu RT_1$$

$$P_2V_2 = \nu RT_2 \Rightarrow \frac{k \cdot 2\Delta L}{S} \cdot S2\Delta L = \nu RT_2 \Rightarrow 4k\Delta L^2 = \nu RT_2$$

Тогда $A = \frac{1}{2}(k\Delta L + 2k\Delta L)\Delta L = 1{,}5k\Delta L^2$



По первому началу термодинамики:

$$Q = \Delta V + A = \frac{3}{2}\nu R\Delta T + A = \frac{3}{2}(4k\Delta L^2 - k\Delta L^2) + A$$

$$Q = 4{,}5\,k\Delta L^2 + A = 3A + A = 4A \Rightarrow Q = 6000\ Дж$$

Ответ: 6 кДж.